

## Kommentarar til pensum - endeleg versjon

Pensum er kapitla 11, 12, 13.6, 14, 15 og 16.1-16.6. Men noko stoff som ikkje er dekka i boka er lagt til, og noko stoff går ut. Her følger ei liste over endringar:

- Stoff som forutset bruk av Maple er ikkje pensum.

## Kapittel 11

- 11.6: Keplers lovar er ikkje pensum. Frå dette delkapittelet er berre side 661-663 om polarkoordinatar pensum.

## Kapittel 12

- 12.5/12.6: Me gjorde kjerneregla for det generelle tilfellet  $\frac{d}{dx}\mathbf{f}(\mathbf{g}(\mathbf{x}))$ . I boka side 709-711 er dette merka ”optional”, men det *er* pensum!
- 12.6: Boka dekkar berre  $n = 2$ , men ein kan enkelt definere deriverbarheit for  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ : Då er kravet at

$$\lim_{\mathbf{h} \rightarrow \mathbf{0}} \frac{f(\mathbf{a} + \mathbf{h}) - f(\mathbf{a}) - \mathbf{h} \cdot \nabla f(\mathbf{a})}{|\mathbf{h}|} = 0$$

for deriverbarheit i  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ .

- 12.6: Differentials side 712-714 er ikkje pensum.
- 12.9: Me tok for oss ein alternativ formel for andre ordens Taylorpolynom for ein  $C^2$ -funksjon  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$P_2(\mathbf{x}) = f(\mathbf{a}) + \nabla f(\mathbf{a}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{a}) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{a})^T \begin{bmatrix} f_{x_1 x_1} & f_{x_1 x_2} & \dots & f_{x_1 x_n} \\ f_{x_2 x_1} & f_{x_2 x_2} & \dots & f_{x_2 x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{x_n x_1} & f_{x_n x_2} & \dots & f_{x_n x_n} \end{bmatrix} (\mathbf{x} - \mathbf{a}).$$

Matrisa i formelen vert kalla Hesse-matrisa, har notasjon  $Hf$  og er symmetrisk sidan  $f$  er  $C^2$ . I formelen skal Hesse-matrisa evaluerast i punktet  $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ .

- 12.9: Følgande formel for  $n$ -te ordens Taylor polynom for ein funksjon av  $m$  variable er pensum (denne står i 8.utgåve, men ikkje i 7.utgåve):

$$\begin{aligned} P_n(\mathbf{x}) &= f(\mathbf{a}) + (\mathbf{h} \cdot \nabla)f(\mathbf{a}) + \frac{1}{2!}(\mathbf{h} \cdot \nabla)^2 f(a, b) + \cdots + \frac{1}{n!}(\mathbf{h} \cdot \nabla)^n f(a, b) \\ &= \sum_{j=0}^n \frac{(\mathbf{h} \cdot \nabla)^j f(\mathbf{a})}{j!} \end{aligned}$$

kor  $\mathbf{h} = \mathbf{x} - \mathbf{a}$ .

## Kapittel 13

- 13.6: Envelopes og utover, side 786-790 er ikkje pensum.

## Kapittel 14

- 14.3: Me gjorde middelverditeoremet også for trippelintegral og generelle multiple integral. For sistnemnde gjeld det at for ein kontinuerleg funksjon  $f : S \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , kor  $S$  er lukka, samanhengande og avgrensa, eksisterer eit punkt  $\mathbf{x}_0 \in S$  slik at

$$\int \dots \int_S f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = f(\mathbf{x}_0) \cdot \int \dots \int_S dx_1 \dots dx_n$$

kor det siste integralet vert kalla målet/storleiken til  $S$ . Funksjonsverdien  $f(\mathbf{x}_0)$  vert kalla gjennomsnittverdien/middelverdien til  $f$  på  $S$ .

- 14.4/14.6: Me definerte endring av variable for eit generelt multippelt integral. For ein integrerbar  $f : D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  kor transformasjonen

$$x_1 = x_1(u_1, \dots, u_n) \dots x_n = x_n(u_1, \dots, u_n)$$

er  $C^1$ -transformasjon og ein-til-ein frå  $S$  på  $D$ , har me at

$$\begin{aligned} &\int \dots \int_D f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \\ &= \int \dots \int_S f(x_1(u_1, \dots, u_n), \dots, x_n(u_1, \dots, u_n)) \left| \frac{\partial(x_1, \dots, x_n)}{\partial(u_1, \dots, u_n)} \right| du_1 \dots du_n \end{aligned}$$

## Kapittel 15

- 15.1: Liapunov-funksjonar side 864-865 er ikkje pensum.

## **Kapittel 16**

- 16.1: Distribusjonar og delta-funksjonar side 910-912 er ikkje pensum.
- 16.6: Det vil ikkje bli spurt eksplisitt om tema frå dette kapittelet (men tankegang bak utleingar er framleis relevant).