

UNIVERSITETET I BERGEN

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet.
Eksamen i emnet MAT 111 - Grunnkurs i matematikk I
Fredag 27. mai 2005, kl. 09-13.

Tillatte hjelpemidler: Lærebok og kalkulator uten grafisk display.
Oppgavesettet er på 2 sider.

Les nøye gjennom oppgavesettet. Alle svar skal begrunnes. Det må være med nok mellomregning til at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1

- a) Definer to komplekse tall ved $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ og $w = \sqrt{3} - i$. Beregn $z + w$, zw og z/\bar{w} . Skriv z , w , zw og z/\bar{w} på polarform.
- b) Finn løsningene til ligningen $z^3 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$, og tegn opp løsningene i det komplekse planet.

Oppgave 2

Avgjør om følgende rekker konvergerer:

a)

$$i) \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi, \quad ii) \sum_{n=1}^{\infty} \sin n\pi$$

b)

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{2n^2 + 3}{3^n}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{3n^2 - 1}$$

Oppgave 3

Beregn integralene

$$\int \frac{3x^2 + 2x}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx$$

og

$$\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2} dx$$

Oppgave 4

Løs initialverdi problemet

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^{2x}}{2y + 1}, \quad y(0) = -1$$

Oppgave 5

Finn ligningen for tangentplanet til $z = f(x, y) = \cos(x) \sin(x + y)$ i punktet $(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4})$.

Oppgave 6

Beregn volumet som fremkommer ved å rotere området avgrenset av $x = 1, x = 3, y = 0$ og $y = 1/\sqrt{4 + x^2}$ om x -aksen. Beregn volumet som fremkommer ved å rotere det samme området om y -aksen.

Oppgave 7

Bruk den formelle definisjonen av en grenseverdi til å vise at

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} = 2$$

Jon Eivind Vatne