

UNIVERSITETET I BERGEN

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i emnet MAT 111 - Grunnkurs i Matematikk I

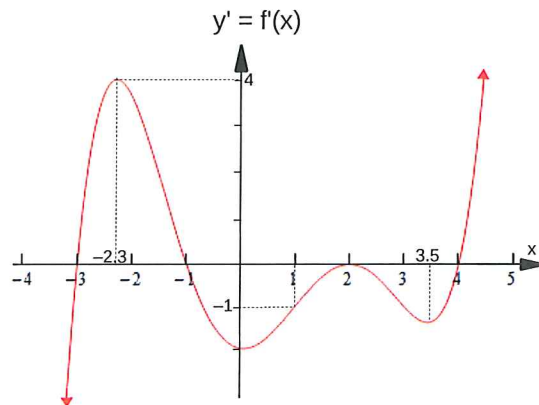
Onsdag 13. mai 2015, kl. 9:00-14:00

Tillatte hjelpemidler: Lærebok ("Calculus - a complete course" av R. A. Adams og C. Essex, 8. utgave, eller tidligere utgaver av R. A. Adams) og kalkulator, i samsvar med fakultetets regler.

Oppgavesettet er på 3 sider (med oppgavene 1-7) og består av 17 deloppgaver med en total verdi på 200 poeng. Poengfordelingen for hver oppgave er angitt i oppgavesettet. Les nøye gjennom oppgavesettet. Alle svar skal begrunnes. Det må være med nok mellomregning til at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1

- (a) (10 poeng) Beskriv geometrisk og skisser kurven $2|z| = z + \bar{z} + 4$ hvor z er et komplekst tall.
- (b) (10 poeng) Finn x og y slik at $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{2-i} = 2 + 4i$.
- (c) (10 poeng) Finn de tre tredjerøttene til $1 + i$, og skisser røttene i det komplekse planet.



Oppgave 2

(15 poeng) Finn a og b slik at $f(x) = \begin{cases} \frac{a(1 - \cos x)}{x^2} & x > 0 \\ a(x + 1) + b & x = 0 \\ \frac{|x|}{x} \cos x & x < 0 \end{cases}$ er

kontinuerlig i $x = 0$.

Oppgave 3

Grafen til $f'(x)$, den deriverte til $f(x)$, er vist ovenfor. Bruk informasjon fra grafen til å besvare de følgende spørsmålene.

- (15 poeng) Finn x -verdien til de kritiske punktene til $f(x)$. Bestem om de kritiske punktene er lokale maksimum, lokale minimum, eller ingen av delene.
- (10 poeng) Finn ligningen til tangentlinjen til $f(x)$ i punktet $(1, -2)$.
- (15 poeng) Bestem x -verdien til vendepunktene til kurven $y = f(x)$ og finn intervallene der kurven er konveks eller konkav.
- (10 poeng) Bruk informasjonen fra tidligere deler av oppgaven og skisser en mulig graf til $f(x)$, gitt at $f(-3) = -6$, $f(-1) = 2.5$, $f(2) = -2.5$ og $f(4) = -5$.
- (10 poeng) Regn ut $\int_2^{-2.3} f''(x) dx$.

Oppgave 4

(15 poeng) Ligningen $e^{-2x} = 3x^2$ har en positiv rot nær $x = 0$. Ved å finne en passende polynomapproximasjon til e^{-2x} , finn en tilnærming til denne roten.

Oppgave 5

Bestem om hvert av integralene er konvergent eller divergent og begrunn svaret ditt.

(a) (15 poeng) $\int_0^{\infty} (1-x)e^{-x} dx$ (b) (10 poeng) $\int_1^{\infty} \frac{2 + \cos x}{x-1} dx$

Oppgave 6

(a) (5 poeng) Finn den eksakte verdien av det bestemte integralet $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$.

(b) (15 poeng) Hvor stor må n , antall delintervall, være for å garantere at Trapesregelen sin approximasjon av π har en feil på maksimalt 10^{-2} .

(c) (10 poeng) Vis at Simpsons regel gir en eksakt verdi for

$$\int_a^b (Ax^3 + Bx^2 + Cx + D) dx.$$

Oppgave 7

(a) (10 poeng) Finn den generelle løsningen av $xy' - 2y = x^2$.

(b) (15 poeng) Løs initialverdi problemet

$$y' \sin x + y \ln y = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e.$$

Lykke til!

Zahra Khorsand

