NYNORSK

UNIVERSITETET I BERGEN
Det matematisk-naturvitskaplege fakultet

Eksamen i emnet M101- Grunnkurs i matematikk II

Fredag 10. november 2000, kl. 09- 14

Tilletne hjelperåder: Lommekalkulator.

Oppgåve 1

Lat $f(x,y) = 3x - x^3 - 3xy^2$.

a) Finn dei stasjonære punkta til f. (Dei skal ikkje klassifiserast).

b) Finn største og minste verd til f over området $D = \{\,(x,y) : x^2 + y^2 \leq 2\}$.

Oppgåve 2

a) Lat $f(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$. Finn den retningsderiverte til f i $P_0 : (3,3)$ i retninga gitt ved $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$. Finn dessutan den maksimale retningsderiverte f har i P_0.

b) La (x_0, y_0, z_0) ligge på skjæringskurva mellom flatene $F_1 : x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ og $F_2 : ax^2 + by^2 - z^2 = 0$. Vis at tangentplana til F_1 og F_2 i (x_0, y_0, z_0) står normalt på kvarandre.

Oppgåve 3

a) Finn konvergensradien til rekkja $\sum_0^\infty (-1)^n (n+1)x^n$.

b) Finn konvergensintervallet til $\sum_0^\infty (-1)^n (n+1)x^n$ og finn eit enkelt uttrykk for summen av rekkja, $S(x)$.

c) Finn eit enkelt uttrykk for summen av potensrekkja $\sum_0^\infty (-1)^n (n+2)x^{2n}$ der den konvergerer.

Oppgåve 4

Ei kurve C er gitt i polarkoordinatar ved

$$r(\theta) = 1 + \sin\theta\,,\ 0 \leq \theta \leq \pi.$$

a) Finn arealet avgrensa av kurva og $x-$ aksen.

b) Finn lengda av C.

Oppgåve 5

a) Gitt det itererte integralet

$$\int_0^1 \left[\int_y^1 e^{-x^2}\, dx \right] dy.$$

Skisser integrasjonsområdet i $xy-$ planet og rekn ut integralet ved å byta om på integrasjonsrekkjefølgja.

b) Finn volumet av området D som ligg under flata $z = 12 - 2x^2 - y^2$ og over flata $z = x^2 + 2y^2$.

Oppgåve 6

a) Gi definisjonen av uniform kontinuitet.

b) Anta f og g er uniformt kontinuerlege og at verdimengda til f er inneholdt i definisjonsområdet for g. Vis at den samansette funksjonen $g(f(x)$ er uniformt kontinuerleg.

c) Gi eit døme på ei opptil avgrensa mengd B av rasjonale tal slik at minste øvre grense for B er irrasjonal.

Arne Stray

Per Manne