

UNIVERSITETET I BERGEN
 Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i emnet M101 - Grunnkurs i matematikk II
 Fredag 18. mai 2001, kl. 09-14.

Tillatte hjelpemiddel: lommekalkulator

Oppgave 1

- a) Finn alle stasjonære punkt til $f(x, y) = \ln(3 - x + x^2 + y^2)$.
 b) Finn største og minste verdi for $f(x, y)$ over området

$$D = \{x, y\} : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

- c) Finn største og minste verdi til $g(x, y, z) = x^2 - y^2 - z$ når
 (*) $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$.

Oppgave 2

Funksjonen $T(x, y) = 3x^2 + 2y^3$ gir ei temperaturfordeling i xy -planet.

- a) Finn gradienten $\nabla T(x, y) =$ i et vilkårlig punkt (x, y) og angi retninga ut fra punktet $(2, 4)$ der T har størst umiddelbar auking.
 b) Finn kurva som starter i $(2, 4)$ der T aukar mest.

Oppgave 3

- a) Finn konvergensintervallet til rekka

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n + (\frac{1}{5})}.$$

- b) Vis at for $-1 < x < 1$ gjeld

$$x S'(x) + \frac{1}{5} S(x) = \frac{1}{1-x}$$

(Differensiallikninga skal ikke løysast).

c) Bruk potensrekker til å rekne ut

$$\int_0^1 e^{-x^3} dx$$

med ein feil mindre enn 10^{-3} .

Oppgåve 4

Kurva C er gjeve i polarkoordinater ved

$$r = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

- Skisser kurva.
- Finn arealet avgrensa av kurva.
- Finn stigningstalet til tangenten til kurva i punktet med kartesiske koordinater

$$(x, y) = \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Oppgåve 5

La A vera området i (x, y) -planet som består av alle (x, y) der

$$\sqrt{1-x^2} \leq y \leq 2(1-x^2)$$

- Lag ei skisse av A .
- Rekn ut $\int \int_A (x+y) dx dy$
- Rekn ut $\int \int_D x^2 dx dy$ når D er punkta i første kvadrant innafor sirkelen $x^2 + y^2 = 1$.

Oppgave 6

a) Avgjer om følgjande funksjon er uniformt kontinuierleg. (Grunngjev svaret)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ e^{-\frac{1}{x}}, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

b) La $h(x)$ vera definert på $[0, 1]$ ved

$$h(x) = \begin{cases} x & x \text{ rasjonal} \\ 0 & x \text{ irrasjonal} \end{cases}$$

Avgjer om h er integrerbar på $[0, 1]$.

Arne Stray

Per Manne