NYNORSK

UNIVERSITETET I BERGEN
Det matematisk-naturvitskaplege fakultet

Eksamen i M101 - Grunnkurs i matematikk II

Fredag 7. november 2003, kl. 09:00 - 14:00

Tilletne hjelpemiddel: kalkulator av same type som er tillete brukt i den vidaregåande skole.

Oppgåve 1

a) Vis at $\dfrac{2^{2n+1}}{(2n+1)n!} > \dfrac{2^{2n+3}}{(2n+3)(n+1)!}$ gjeld for $n \geq 2$

b) Bruk rekkjeutvikling til å finne verdien av $\int\limits_0^2 e^{-x^2}\,dx$ med ein feil mindre enn 10^{-2}.

Oppgåve 2

a) Finn konvergensområdet til $S(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{n+1}}{n}$

b) Finn eit enkelt uttrykk for $S(x)$ og rekn ut $\sum\limits_{1}^{\infty} \dfrac{1}{n(n+2)} \dfrac{1}{2^{n+2}}$

Oppgåve 3

Gitt funksjonen $f(x,y) = 20 - 3x^2 + 12y$

a) Finn den retningsderiverte til g i punktet $(2,1)$ i retninga gitt ved $\overline{v} = (1,2)$

b) Finn alle vektorer $\overline{u} = (a,b)$ slik at den retningsderiverte til g i punktet $(2,1)$ i retninga gitt ved $\overline{u}$, er lik null.

Oppgåve 4

La $A = \{x,y) : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$ og la V bestå av alle punkt (x,y,z) der $(x,y)\epsilon A$ og $0 \leq z \leq f(x,y)$, der $f(x,y) = 8 - x - y$. Finn volumet av V.

Oppgåve 5

La $g(x,y) = x^2y^2 - x^4 - y^2$.

a) Finn dei stasjonære punkta til g.

b) Finn største og minste verdi til g over området

$$D = \{(x,y) : x^4 + y^2 \leq 1\}$$

Oppgåve 6

a) La f vera ein reell funksjon på $[a,b]$. Anta f er avgrensa og at f er kontinuerlig på heile $[a,b]$ bortsedd frå i eit einaste punkt $x_0 \epsilon (a,b)$ Grunngjev at g er integrerbar på $[a,b]$.

b) Er $h(x) = e^{-x^2}$ uniformt kontinuerleg på $(-\infty, \infty)$? (Grunngjev svaret).

Arne Stray