NYNORSK

UNIVERSITETET I BERGEN
Det matematisk-naturvitskaplege fakultet

Eksamen i MAT 112 - Grunnkurs i matematikk I

Onsdag 9. juni 2004, kl. 09.00 - 13.00

Tillatne hjelpemiddel: kalkulator.

Oppgåve 1

a) Finn Mac-Laurin rekka til $ln(1+x)$ ved å gjøre bruk av at $\frac{1}{1+x} = \sum_0^\infty (-1)^n x^n$ for $|x| < 1$.

b) Finn konvergensintervallet for Mac Laurin rekka til $ln(1+x)$.

c) La $g(x) = \frac{ln(1-x)}{x}$ for $0 < |x| < 1$, $g(0) = -1$. Kva blir Mac-Laurin rekka for g ?

d) Grunngi at $\int_0^x \frac{ln(1-t)}{t}\,dt = -\sum_1^\infty \frac{x^n}{n^2}$ gjeld for $0 < x < 1$. Gjeld og formelen for $x = 1$?

Oppgåve 2

Gitt flata F ved $(*)$: $2x^2 + 3y^2 - z^2 = 1$.

a) Finn likninga for tangentplanet til flata i punktet $P : (1, 1, -2)$.

b) Finn alle punkt på F der tangentplanet er paralellt med $xz-$ planet.

c) Finn alle punkt på F der normallinja til tangentplanet går gjennom origo.

Oppgåve 3

La $f(x, y) = x^4 + xy + y^2$.

a) Finn dei stasjonære punkta til f.

b) Finn største og minste verdi til $f(x, y)$ når $x \geq 0$, $y \geq 0$ og $x + y \leq 1$.

c) Finn største og minste verdi til $f(x, y)$ når $(*)$: $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

Oppgåve 4

Ei kurve C er gitt ved

$$\overline{r}(t) = t\,\overrightarrow{i} + t^2\overrightarrow{j} + \frac{2}{3}t^3\,\overrightarrow{k}\ , \ t \in [0, T]\,, \text{ der } T > 0\,.$$

a) Finn $\overline{v}(t) = \overline{r}\prime(t)$ og $\overline{a}(t) = \overline{r}\prime\prime(t)$.

b) Vis at lengda av C er $\frac{2}{3}T^3 + T$.

c) La $g(x, y, z) = 2xy - 3z$. Finn den retningsderiverte av g i punktet P_1 : $(1, 1, 2/3)$ i retninga gitt ved $\overline{u} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\overline{i} + \overline{j} + \overline{k})$.

d) Vis til slutt at i et vilkårleg punkt P_t på C vil ∇g stå normalt på $\overline{r}\prime(t)$:

Arne Stray Per Manne