NYNORSK

UNIVERSITETET I BERGEN
Det matematisk-naturvitskaplege fakultet

Eksamen i MAT 112 - Grunnkurs i matematikk II

Mandag 26. september 2005, kl. 09.00 - 14.00

Tilletne hjelpemiddel: kalkulator i samsvar med fakultetet sine reglar.

Oppgåve 1

Gitt kurva $r = \theta - sin\,\theta$ i polarkoordinater der $0 \leq \theta \leq \pi$.

a) Skisser kurva.

b) Finn arealet avgrensa av kurva og x-aksen.

c) Kurva skjer y-aksen i eit punkt P. Finn likninga for tangenten til kurva i P på forma $y = ax + b$.

Oppgåve 2

Finn største og minste verdi til $f(x,y) = x^2 + y^2 - \sqrt{1 + xy}$ når $x^2 + y^2 \leq 1$.

Oppgåve 3

La g vera ein funksjon slik at $g(0) = 1$ og $g'(x) = \frac{1}{1+x^4}$, $|x| < |$.

a) Angi Mac Laurin rekkene til $\frac{1}{1+x}$, $g'(x)$ og $g(x)$.

b) Finn konvergensintervalet til Mac Laurin rekka til g.

c) Vis at $\int\limits_0^1 \frac{dx}{1+x^4} = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \ldots + \frac{(-1)^n}{4n+1} + \ldots$.

Oppgåve 4

La $f(x,y,z) = xy^2 + tan^{-1}\left(\frac{z}{x+y}\right)$.

a) Finn gradienten til f og den retningsderiverte $D_{\overline{u}}f(1,2,3)$ til$f$ i punktet $(1,2,3)$ i retninga gitt ved $\overline{u} = \frac{1}{2}\overline{i} - \frac{1}{2}\overline{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{k}$.

b) La $g(x,y)$ vera ein funksjon av to variable med kontinuerlege partielle deriverte kring punktet (a,b). Anta at $D_{\overline{u}_1}\, g(a,b) = 2$ og $D_{\overline{u}_2}\, g(a,b) = 3$ der $\overline{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\overline{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\,\overline{j}$ og $\overline{u}_2 = j$.

Finn $\frac{\partial g}{\partial x}\,(a,b)$.

Oppgåve 5

a) Avgjer om desse funksjonene er uniformt kontinuerlege på sine definisjonsområder

i) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $-1 \le x \le 1$.

ii) $f(x) = \frac{1}{1+(ln x)^2}$, $0 < x < \infty$.

b) Angi en funksjon på $[0,1]$ som ikke er Riemann integrerbar på $[0,1]$. Kan en slik g velges slik at g^2 blir Riemann integrerbar?

Arne Stray Trygve Johnsen