

UNIVERSITETET I BERGEN
Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Underveisvurdering i MAT 112 - Grunnkurs i matematikk II
Mandag 14. mars, kl. 09.00 - 12.00

Tillatte hjelpemidler: kalkulator uten grafisk display.

Oppgave 1

- Grunngi at $f(x) = \frac{x}{3} + \sqrt{x}$ er strengt voksende på $[0, \infty)$.
- Definer tallfølgen $\{x_n\}$ ved $x_1 = 1$ og $x_{n+1} = \frac{x_n}{3} + \sqrt{x_n}$ for $n = 1, 2, \dots$.
Vis at $\{x_n\}$ er monotont økende.
- Vis at $x_n \leq 4$ for alle n .
- Grunngi at $\{x_n\}$ konvergerer og finn grenseverdien.

Oppgave 2

- Finn konvergensintervallet til rekken $S(x) = \sum_1^{\infty} \frac{x^n}{n+2}$.
- La $T(x) = \sum_1^{\infty} \frac{x^{n+2}}{n+2}$. Finn enkle uttrykk for $T'(x)$ og $T(x)$.
- Finn et enkelt uttrykk for $S(x)$ når $0 < |x| < 1$ og regn ut $\lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{x} - \frac{\ln(1-x)}{x^2} \right)$.

Oppgave 3

En kurve C er gitt i polarkoordinater ved $r = e^{-\theta}$, $0 \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}$.

- Finn arealet avgrenset av kurven og x -aksen.
- Finn kurvens lengde.
- Skisser kurven.

Oppgave 4

Avgjør om $g(x) = \sin(x)$ og $h(x) = \sin(x^2)$ er uniformt kontinuerlige på $(-\infty, \infty)$.

Arne Stray

Per Manne