Bokmål

UNIVERSITETET I BERGEN

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet. H.2007.

EKSAMEN I EMNET MAT112-Grunnkurs i matematikk II

24 september 2007, kl. 09-14.

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator.

Oppgåve 1

(a) Avgjør konvergens/divergens for rekkene : $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} sin\frac{1}{n}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} sin\frac{1}{n}$ og $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$

(b) Finn Maclaurin rekkene til $tan^{-1}x$ og $\frac{1}{1-x^4}$.

(c) Finn de fire første leddene i
Maclaurin rekken til $\sqrt{1+x^5}$

Oppgave 2

(a) Skisser kurven C , gitt i polarkoordinater ved : $r = 1 + sin\theta, 0 \leq \theta \leq \pi$.

(b) Finn arealet avgrenset av kurven og x-aksen.

(c) Finn lengden av den delen av kurven som ligger i 1 kvadrant.

Oppgave 3

La $g(x, y, z) = x + e^{x+y} - z$

(a) Finn gradienten til g og finn den retningsderiverte til g i punktet P:(1,-1,0) i retningen gitt ved $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$

(b) Finn likningen for tangentplanet til flaten gitt ved

$$(*) : x + e^{x+y} - z = 4$$

i punktet Q:(1,-1,-2).

(c) Finn parameterlikningene for den rette linja som ligger i tangentplanet fra pkt.b , er normal til vektoren $\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ og går gjennom punktet Q:(1,-1,-2).

Oppgave 4

(a) La $f(x,y) = (x+y)e^{-(x^2+y^2)}$. Finn de kritiske (stasjonære) punktene til f.

(b) Finn største og minste verdi til f over området D gitt ved at $x \geq 0$, $y \geq 0$ og $x^2 + y^2 \leq 1$.

Oppgave 5

(a) Gi definisjonen av uniform kontinuitet for en funksjon f definert på et intervall I.

(b) Vis at om f er uniformt kontinuerlig på intervallene [0 , a] og [a , ∞) , så er og f uniformt kontinuerlig på [0 , ∞)

(c) La $f(x) = e^{-x^2}$. Vis at f er uniformt kontinuerlig på $[0, \infty)$.

Per Manne

Arne Stray