MAT112 **Bokmål**

Universitetet i Bergen

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i emnet Mat112 - Grunnkurs i matematikk II

Mandag 23. september 2013, kl. 09-14

Oppgavesettet er 11 oppgaver fordelt på 2 sider.

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, i samsvar med fakultetet sine regler.

Les nøye gjennom oppgavesettet. Alle svar skal begrunnes, men begrunnelsene skal være korte. Det må være nok mellomregning til at framgangsmåten går tydelig frem av det du skriver. Det blir gitt godt med poeng for riktig framgangsmåte, selv om du ikke kommer frem til korrekt svar. Alle oppgaver teller likt.

(1) Beregn grenseverdiene, hvis de eksisterer, til følgene:

a) $\lim_{n\to\infty} \frac{3^{n+2}}{5^n}$

b) $\lim_{n\to\infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

(2) La en sprettball falle fra 3 meters høyde. Ballen taper 1/3 av sin høyde for hvert sprett. Hvor lang strekning beveger ballen seg før den kommer til ro?

(3) Hvis en funksjon f er kontinuerlig på et lukket og begrenset intervall er den begrenset. Gi et eksempel på en funksjon som er kontinuerlig men ikke begrenset på et åpent og begrenset intervall. Vis at eksemplet er kontinuerlig men ikke begrenset.

(4) Beregn den normaliserte normalvektoren til den parametriserte kurven

$$x = t - \sin(t)$$
$$y = 1 - \cos(t)$$

i $t = \pi/2$.

(5) Beregn buelengden til kurven fra forrige oppgave for $t = [0, 2\pi]$.

(6) La r, θ være de polare koordinatene. Hvor skjærer kurvene $r = \sin(\theta)$, $0 \leq \theta \leq \pi$ og $r = \cos(\theta)$, $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ hverandre?

(7) Vis at hvis $\sum_{n=1}^{n} a_n$ konvergerer, så er $\lim_{n \to 0} a_n = 0$.

(8) Finn Maclaurinrekken til $I(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$. (Husk å vise at det faktisk er Maclaurinrekken.)

(9) Hva slags kurve beskriver ligningen

$$2x^2 + 5y^2 - 12x - 10y - 13 = 0 \ ?$$

(10) For et gitt overflateareal, finn radius og høyde til en sylinder slik at volumet er størst. (Arealet regnes som summen av topp, bunn og side.)

(11) La

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -1 \leq x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ 1 & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

Beregn integralet

$$\int_{-1}^{1} f(x)\, dx$$

ved hjelp av Riemannsummer.

Lykke til!
Magnus Svärd