

Grunnkurs i Matematikk II

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, i samsvar med fakultetet sine regler.

Les nøye gjennom oppgavesettet. Alle svar skal begrunnes, men begrunnelsene skal være korte. Det må være nok mellomregning til at framgangsmåten går tydelig frem av det du skriver. Det blir gitt godt med poeng for riktig framgangsmåte, selv om du ikke kommer frem til korrekt svar.

(11 oppgaver på 2 sider.)

(1) Vis at

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n)}{n} = 0$$

ved hjelp av definisjonen for konvergens.

3 poeng

(2) Vis at

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-p}$$

konvergerer hvis $p > 1$ og divergerer hvis $p \leq 1$.

5 poeng

(3) La

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 3x^2, & -1 \leq x < 0. \end{cases}$$

(a) Er funksjonen kontinuert i origo?

2 poeng

(b) Er den primitive funksjonen/antideriverte kontinuert i origo?

3 poeng

(4) (a) La $\phi = \sin^2(2x) \ln(5y + z^2)$ (og anta at $5y + z^2 > 0$). Beregn gradienten.

(b) Finn den retningsderiverte av ϕ i retning $\mathbf{u} = (1, 2, 3)$ i $(x, y, z) = (\pi/4, 1, 0)$.

6 poeng

- (5) Beregn omkretsen av en sirkel med radius a . (Kun svaret, dvs den kjente formelen, gir ikke poeng.)
- 5 poeng**
- (6) Hvor mange ledd i Taylorrekken omkring $x = \pi/4$ trenger man for å beregne $\sin(x)$ for $x = 1$ til en desimals nøyaktighet?
- 5 poeng**
- (7) Anta at funksjonen f er deriverbar og at den deriverte er begrenset på intervallet I . Vis at f er uniformt kontinuerlig på I .
- 5 poeng**
- (8) Finn Maclaurinrekken til $\tan^{-1}(x)$ for $|x| < 1$.
- 5 poeng**
- (9) La $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ definere en flate i \mathbb{R}^3 . Beregn tangentplanet til f i $(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0)$ og i $(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1, 0)$. Finn skjæringskurven mellom begge tangentplanene.
- 6 poeng**
- (10) Beregn dimensjonene til det rettvinklede heksaedret (boks) med overflateareal 64 cm^2 som har størst volum.
- 7 poeng**
- (11) Beregn integralet

$$\int_0^1 x \, dx$$

ved hjelp av Riemannsummer.

5 poeng

Lykke til!
Magnus Svärd