

UNIVERSITETET I BERGEN

Det matematisk-naturvitskaplege fakultet.
Deleksamen i emnet MAT 121 - Lineær algebra
Torsdag 18. mars 2004, kl. 09-12.

Tillatne hjelpemiddel: Kalkulator.

Oppgåvesettet er på 2 sider.

Oppgåve 1

(a) Finn determinanten til kvar av dei tre matrisene

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix},$$

og bruk svara til å avgjere kva for matriser blant dei tre som er invertible.

(b) Finn inversmatrisa til

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Oppgåve 2

I det følgjande vil vi studere det lineære likningssystemet

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 5,$$

$$2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 7,$$

$$3x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 7.$$

(a) Rekkereduser matrisa

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

til ei matrise på redusert trappeform, og bruk svaret til å løyse likningssystemet.

(b) Bruk Cramer sin regel til å finne x_1 i likningssystemet.

Oppgåve 3

Likningssystemet

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 8, \\ 5x_1 - 3x_2 &= -1. \end{aligned}$$

kan skrivast som $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, der

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}.$$

Finn A^{-1} og $A^{-1}\mathbf{b}$, og bruk svara til å løyse likningssystemet.

Oppgåve 4

(a) Avgjer kva for av dei følgjande mengdene som er lineært uavhengige

$$M_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}, M_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}, M_3 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} \right\}.$$

(b) Avgjer kva for av dei følgjande delmengdane av \mathbf{R}^2 som er underrom av \mathbf{R}^2 .

- (i) Heile \mathbf{R}^2 .
 - (ii) Linja med likning $x + y = 2$.
 - (iii) Linja gjeven som $\left\{ k \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ der } k \in \mathbf{R} \right\}$.
 - (iv) Parabelen med likning $y = x^2$.
- Grunngjev kort svara for dei eventuelle tilfella der du ikkje har eit underrom.

Oppgåve 5

Ein basis for nullrommet til ei (5×6) -matrise A inneheld nøyaktig 2 vektorar. Kva er $\dim \text{Col}(A)$? Grunngjev svaret kort.

Hans Brodersen og Trygve Johnsen