UiT
NORGES
ARKTISKE
UNIVERSITET

EKSAMENSOPPGÅVE

Eksamen i: MAT-0001 Brukerkurs I matematikk

Dato: Tysdag 2. desember 2014

Tid: Kl. 09:00 – 13:00

Sted: Åsgårdveien 9

Lovlige hjelpemiddel: Alle trykte og skrevne.
Handkalkulator.

Oppgåvesettet er på 4 sider inklusiv framside

Kontaktperson under eksamen: Marius Overholt

Telefon: 77644022/95423735

NB! Det er ikkje lov å levere inn kladd saman med oppgåvesvaret

UNIVERSITETET I TROMSØ

I dette oppgavesettet er det meningen at du skal finne fram til svarene ved hjelp av metoder fra pensum. Svar som fremkommer uten begrunnelse, ved ganske enkelt å bruke kalkulator, vil i liten grad bli verdsatt. Det er derfor viktig at metodene du bruker, framgår av besvarelsen.

I dette oppgåvesettet er det meininga at du skal finne fram til svara ved hjelp av metodar frå pensum. Svar som fremkommer utan grunngjeving, ved ganske enkelt å bruke kalkulator, vil i lita grad bli verdsett. Det er difor viktig at metodane du nyttar, går fram av det arbeid du syner på oppgåvane.

Oppgave 1

Lemna minor er en frittflytende plante som lever i ferskvann. Den formerer seg ved å produsere nye lapper (døtre). Populasjonsveksten observeres lett ved å telle lapper. Her er en tabell fra et eksperiment:

Tid t (dager)	1	3	4	6	7
Antall lapper N	3	5	6	8	11

a) Sett $n = \ln(N)$ og plott punktene (t, n) som fremkommer ved ovenstående data, i et rettvinklet koordinatsystem. Bruk minst to signifikante siffer for n. Tilpass en rett linje til punktene (t, n) og tegn linjen i samme tn-koordinatsystem. Finn likningen $n = n(t) = at + b$ til linjen.

b) Bruk formelen for $n(t)$ til å finne en empirisk formel for $N = N(t)$.

c) Anslå doblingstiden T til populasjonen, under forutsetning av at plantens levekår ikke endres.

Oppgåve 1

Lemna minor er ein frittflytande plante som lever i ferskvatn. Den formeirer seg ved å produsere nye lapper (døtrer). Populasjonsauken observerast lett ved å telje lapper. Her er ein tabell frå eit eksperiment:

Tid t (dagar)	1	3	4	6	7
Tal lapper N	3	5	6	8	11

a) Sett $n = \ln(N)$ og plott punkta (t, n) som kommer fram frå ovannemnde data, i eit rettvinkla koordinatsystem. Nytt minst to signifikante siffer for n. Tilpass ei rett linje til punkta (t, n) og tekn linja i samme tn-koordinatsystem. Finn likninga $n = n(t) = at + b$ til linja.

b) Nytt formelen for $n(t)$ til å finne ein empirisk formel for $N = N(t)$.

c) Anslå doblingstida T til populasjonen, føresett at plantens livstilhøve ikkje endrast.

Oppgave 2
En funksjon $f : \langle 0, \rightarrow\rangle \rightarrow \mathbb{R}$ er gitt ved

$$f(x) = x - 5\ln(x) - \frac{6}{x}$$

for $x > 0$.

a) Bestem intervallene der f er voksende/avtagende.

b) Bestem intervallene der f er konveks/konkav.

c) Regn ut $f(13)$ og $f(14)$ med kalkulator, og begrunn at f må ha minst ett nullpunkt.

Oppgåve 2
Ein funksjon $f : \langle 0, \rightarrow\rangle \rightarrow \mathbb{R}$ er gjeve ved

$$f(x) = x - 5\ln(x) - \frac{6}{x}$$

for $x > 0$.

a) Finn intervalla der f er veksande/minkande.

b) Finn intervalla der f er konveks/konkav.

c) Rekn ut $f(13)$ og $f(14)$ med kalkulator, og grunngje at f må ha minst eitt nullpunkt.

Oppgave 3

a) Skravér regionen R av punkter (x, y) som oppfyller alle ulikhetene

$$\begin{aligned} 2x + 3y &\geq 6 \\ 3x + y &\geq 6 \\ 0 \leq y &\leq 3 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

i planet.

b) Finn den minimale verdien til funksjonen $g(x, y) = x + y$ på R ved lineærprogrammering.

Oppgåve 3

a) Skravér regionen R av punkt (x, y) som oppfyller alle ulikskapane

$$\begin{aligned} 2x + 3y &\geq 6 \\ 3x + y &\geq 6 \\ 0 \leq y &\leq 3 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

i planet.

b) Finn den minimale verdien til funksjonen $g(x, y) = x + y$ på R ved lineærprogrammering.

Oppgave 4

a) Gitt $F(x, y) = x^2 - 2xy + y^3 - y$, regn ut gradienten $\nabla F(x, y)$ til F og retningsderivatet $D_{\mathbf{u}}F(0, 0)$ til F ut fra origo i retningen $\mathbf{u} = [1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]$.

b) Finn alle stasjonære punkter til F. Klassifisér hvert stasjonært punkt som (i) lokalt maksimumspunkt, (ii) lokalt minimumspunkt, (iii) sadelpunkt, eller (iv) degenerert punkt.

En gjør oppmerksom på at vektorer i denne oppgaven angis med notasjonen $\mathbf{v} = [v_1, v_2]$.

Oppgåve 4

a) Ein funksjon $F(x, y) = x^2 - 2xy + y^3 - y$ er gjeve. Rekn ut gradienten $\nabla F(x, y)$ til F og retningsderivatet $D_{\mathbf{u}}F(0, 0)$ til F ut frå origo i retninga $\mathbf{u} = [1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]$.

b) Finn alle stasjonære punkt til F. Klassifisér hvert stasjonært punkt som (i) lokalt maksimumspunkt, (ii) lokalt minimumspunkt, (iii) sadelpunkt, eller (iv) degenerert punkt.

Ein gjer merksam på at i denne oppgåva blir vektorar angjeve med notasjonen $\mathbf{v} = [v_1, v_2]$.

LYKKE TIL!