UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

EKSAMENSOPPGAVE

Eksamen i: MAT-1001 Kalkulus 1

Dato: Tirsdag 2. desember 2014

Tid: Kl 09:00 – 13:00

Sted: Kandidater med etternavn som begynner på A-H i Teorifagb., hus 1, plan 2
Kandidater med etternavn som begynner på I-Å i Teorifagb., hus 1, plan 3

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, to A4-ark (fire sider) med printede eller håndskrevne notater, og Rottmanns formelsamling.

Oppgavesettet er på 2 sider inklusiv forside

Kontaktperson under eksamen: Martin Rypdal

Telefon: 90175422

NB! Det er ikke tillatt å levere inn kladd sammen med besvarelsen

Oppgave 1.

(a) Beregn integralene

$$(i) \int_{\pi}^{2\pi} x \cos x \, dx \qquad (ii) \int_{0}^{4} \frac{dx}{\sqrt{2x+1}} \qquad (iii) \int_{-1}^{1} \frac{t^3 + 2t^2 + t + 3}{1 + t^2} \, dt$$

(b) Finn grenseverdiene

$$(i) \lim_{x \to 0} \frac{\arctan x}{x} \qquad (ii) \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x}.$$

(c) Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at den deriverte av funksjonen $f(x) = ax^2 + bx + c$ er $f'(x) = 2ax + b$.

(d) Bruk definisjonen av kontinuitet til å vise at funksjonen $g(x) = 3x - 1$ er kontinuerlig i punktet $x = 2$.

Oppgave 2.

(a) Vis ved innsetting at $z = -\sqrt{3} + i$ er løsning av likninga $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$. Hva er den andre løsninga?

(b) Finn tredjerøttene til tallet $-\sqrt{3} + i$ (angitt på polar form) og lag en tegning som viser hvor de ligger i det komplekse planet.

(c) Angi den generelle løsninga av differensiallikninga

$$y''(t) + 2\sqrt{3}\, y'(t) + 4y(t) = 0 \tag{1}$$

(d) Finn løsninga til (1) når vi har startbetingelsene $y(0) = 0$ og $y'(0) = 1$. Lag et plott av denne løsningen i området $t \in [0, 10]$. (Her må du gjerne bruke en grafisk kalkulator som hjelpemiddel.)

Oppgave 3.

En funksjon $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er gitt ved

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2} \left(e^{-t} - t \right) \, dt\,.$$

(a) Vis at funksjonen har et lokalt maksimum på intervallet $[0, 1]$.

(b) Bruk Newton's metode til å finne en numerisk tilnærming til det lokale maksimumspunktet i (a).